

- 3 В соревнованиях по толканию ядра участвуют 3 спортсмена из Дании, 6 из Швеции, 4 из Норвегии и 7 из Финляндии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, который выступает последним, окажется из Норвегии.

Ответ: _____.

- 4 В городе 48% взрослого населения – мужчины. Пенсионеры составляют 12,6% взрослого населения, причём доля пенсионеров среди женщин равна 15%. Для социологического опроса выбран случайным образом мужчина, проживающий в этом городе. Найдите вероятность события «выбранный мужчина является пенсионером».

Ответ: _____.

- 5 Найдите корень уравнения

$$\frac{2}{9}x = -3\frac{7}{9}.$$

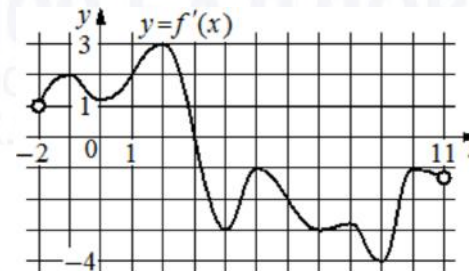
Ответ: _____.

- 6 Найдите

$$\operatorname{tg} \alpha, \text{ если } \cos \alpha = \frac{5\sqrt{29}}{29} \text{ и } \alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right).$$

Ответ: _____.

- 7 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-2; 11)$. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции $y = f(x)$ параллельна оси абсцисс или совпадает с ней.



Ответ: _____.

- 8 Высота над землёй подброшенного вверх мяча меняется по закону $h(t) = 1,4 + 14t - 5t^2$, где h – высота в метрах, t – время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее 11 метров?

Ответ: _____.

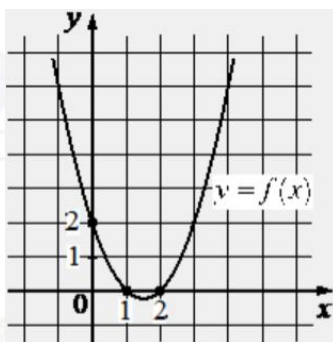
- 9 Первая труба пропускает на 6 литров воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объемом 112 литров она заполняет на 6 минут быстрее, чем первая труба?

Ответ: _____.

vk.com/ege100ballov



- 10 На рисунке изображён график функции вида $f(x) = ax^2 + bx + c$. Найдите значение $f(-2)$.



Ответ: _____.

- 11 Найдите наибольшее значение функции $y = 6 + 12x - 4x\sqrt{x}$ на отрезке $[2; 11]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 12 а) Решите уравнение

$$\cos 2x + \sin^2 x = 0,25.$$

- б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку

$$\left[3\pi; \frac{9\pi}{2}\right].$$

- 13 В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ сторона основания AB равна 3, а боковое ребро AA_1 равно $\sqrt{2}$. На рёбрах AB , A_1B_1 и B_1C_1 отмечены точки M , N и K соответственно, причём $AM = B_1N = C_1K = 1$.

- а) Пусть L – точка пересечения плоскости MNK с ребром AC . Докажите, что $MNKL$ – квадрат.
б) Найдите площадь сечения призмы плоскостью MNK .

- 14 Решите неравенство

$$\frac{4^{x^2+x-4} - 0,5^{2x^2-2x-1}}{0,2 \cdot 5^x - 1} \leq 0.$$

- 15 В июле 2026 года планируется взять кредит на три года. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг будет возрастать на 30% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- платежи в 2027 и 2028 годах должны быть по 300 тыс. рублей;
- к июлю 2029 года долг должен быть выплачен полностью.

Какую сумму планируется взять в кредит, если известно, что платёж в 2029 году равен 860,6 тыс. рублей?



16 В прямоугольном треугольнике ABC точка M лежит на катете AC , а точка N лежит на продолжении катета BC за точку C , причём $CM = BC$ и $CN = AC$. Отрезки CP и CQ – биссектрисы треугольников ACB и NCM соответственно.

- а) Докажите, что CP и CQ перпендикулярны.
 б) Найдите PQ , если $BC = 3$, а $AC = 5$.

17 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\frac{9x^2 - a^2}{3x - 9 - 2a} = 0$$

имеет ровно два различных решения.

18 В последовательности $a_1, a_2, \dots, a_{n-1}, a_n$, состоящей из целых чисел, $a_1 = 1$, $a_n = 235$. Сумма любых двух соседних членов последовательности равна 3, 5 или 25.

- а) Приведите пример такой последовательности.
 б) Может ли такая последовательность состоять из 1000 членов?
 в) Из какого наименьшего числа членов может состоять такая последовательность?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

О проекте «Пробный ЕГЭ каждую неделю»

Данный ким составлен командой всероссийского волонтерского проекта «ЕГЭ 100 баллов» <https://vk.com/ege100ballov> и безвозмездно распространяется для любых некоммерческих образовательных целей.

Нашли ошибку в варианте?

Напишите нам, пожалуйста, и мы обязательно её исправим!

Для замечаний и пожеланий: https://vk.com/topic-10175642_49105931
 (также доступны другие варианты для скачивания)



















СОСТАВИТЕЛЬ ВАРИАНТА:

ФИО:	Евгений Пифагор
Предмет:	Математика
Стаж:	Более 10 лет подготовки к ЕГЭ и ОГЭ
Регалии:	Набрал 100 баллов на ЕГЭ по математике (профиль) 39 учеников набрали 96-100 баллов на ЕГЭ 2022 Высшее образование (ТГУ, 2009-2014) Победитель трёх олимпиад по высшей математике
Аккаунт и группа ВК:	https://vk.com/eugene10 https://vk.com/shkolapifagora
Ютуб и инстаграм:	https://www.youtube.com/c/pifagor1 https://www.instagram.com/shkola_pifagora/



Система оценивания экзаменационной работы по математике (профильный уровень)

Правильное выполнение каждого из заданий 1–11 оценивается 1 баллом. Задание считается выполненным верно, если ответ записан в той форме, которая указана в инструкции по выполнению задания, и полностью совпадает с эталоном ответа.

Номер задания	Правильный ответ	Видео решение
1	63	
2	2197	
3	0,2	
4	0,1	
5	-17	
6	-0,4	
7	3	
8	0,4	
9	14	
10	12	
11	22	
12	а) $\pm \frac{\pi}{3} + \pi n; n \in Z$ б) $\frac{10\pi}{3}; \frac{11\pi}{3}; \frac{13\pi}{3}$	
13	3,75	
14	$(-\infty; -1,5] \cup (1; 1,5]$	
15	800 тыс.	
16	3,75	
17	$(-\infty; -9) \cup (-9; -3) \cup (-3; 0) \cup (0; +\infty)$	
18	а) например, 1, 2, 3, 0, 5, -2, 7 ... 235 б) нет в) 23	

Решения и критерии оценивания выполнения заданий с развёрнутым ответом

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 12–18, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в Федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.

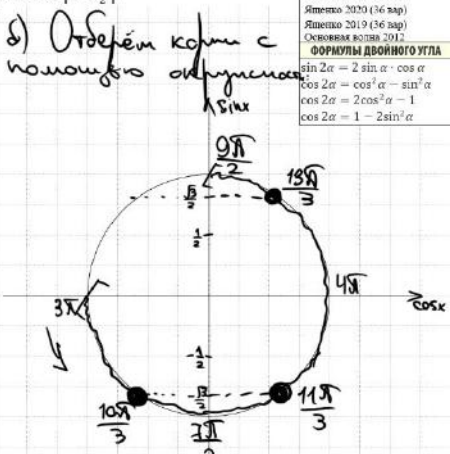
vk.com/ege100ballov



12 а) Решите уравнение $\cos 2x + \sin^2 x = 0,25$.
 б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[3\pi; \frac{9\pi}{2}]$.

Источники:
 ФИПИ (старый банк)
 ФИПИ (новый банк)
 Основное вольно 2019
 Янвель 2020 (36 вар)
 Янвель 2019 (36 вар)
 Основное вольно 2012
ФОРМУЛЫ ДВОЙНОГО УГЛА
 $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$
 $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
 $\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$
 $\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha$

а) $1 - 2\sin^2 x + \sin^2 x = 0,25$
 $1 - \sin^2 x = 0,25$
 $\cos^2 x = 0,25$
 $\cos x = \pm \frac{1}{2}$
 $x = \pm \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$



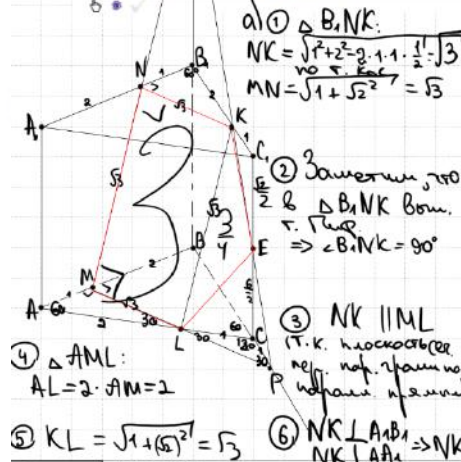
Выборим число: $x = 3\pi + \frac{\pi}{3} = \frac{10\pi}{3}$
 $x = 4\pi - \frac{\pi}{3} = \frac{11\pi}{3}$
 $x = 4\pi + \frac{\pi}{3} = \frac{13\pi}{3}$

ОТВЕТ: а) $\pm \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
 б) $\frac{10\pi}{3}; \frac{11\pi}{3}; \frac{13\pi}{3}$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта а и пункта б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

13 В правильной треугольной призме $ABC A_1 B_1 C_1$ сторона основания AB равна 3, а боковое ребро AA_1 равно $\sqrt{2}$. На ребрах $AB, A_1 B_1$ и $B_1 C_1$ отмечены точки M, N и K соответственно, причём $AM = B_1 N = C_1 K = 1$.
 а) Пусть L — точка пересечения плоскости MNK с ребром AC . Докажите, что $MNKL$ — квадрат.
 б) Найдите площадь сечения призмы плоскостью MNK .

Источники:
 ФИПИ (старый банк)
 ФИПИ (новый банк)
 Досрочная волна 2016
 Сентябрь 2019



ОТВЕТ: 3,75

а) 1) $\triangle B_1 NK$.
 $NK = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$
 $MN = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$
 т.е. $MNKL$ — четырёхугольник с равными сторонами и углом 90° , т.е. квадрат.
 б) $S_{сеч} = S_{MNKL} + S_{\triangle KLE}$
 1) $\triangle CEP = \triangle CEK$ по 2-му признаку
 $\Rightarrow E$ — середина CC_1
 2) $KL = \sqrt{1 + 5} = \sqrt{6}$
 3) $SKLE = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{5} \cdot \frac{\sqrt{6}}{2} = \frac{3}{4}$
 4) $S_{сеч} = 3 + 0,75 = 3,75$

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, и обоснованно получен верный ответ в пункте б	3
Получен обоснованный ответ в пункте б ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а, и при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, ИЛИ при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б с использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3



14 Решите неравенство $\frac{4x^2+x-4-0,52x^2-2x-1}{0,2 \cdot 5^x-1} \leq 0$.

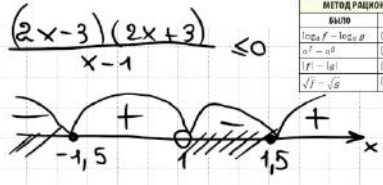
$$\frac{(2^{2x^2+x-4}) - (2^{-1})^{2x^2-2x-1}}{5^{-1} \cdot 5^x - 5^0} \leq 0$$

$$\frac{2^{2x^2+2x-8} - 2^{-2x^2+2x+1}}{5^{x-1} - 5^0} \leq 0$$

$$\frac{(2^{-1})^{(2x^2+2x-8+2x^2-2x-1)}}{(5^{-1}) \cdot (x-1-0)} \leq 0$$

$$\frac{4x^2-9}{x-1} \leq 0$$

ОТВЕТ: $(-\infty; -1,5] \cup (1; 1,5]$



Источники:

Докладная работа (Резерв) 2019	
МЕТОД РАЦИОНАЛИЗАЦИИ	
ВАРИАНТ	СТАДИ
$\log_a f = \log_a g$	$(a-1)(f-g)$
$a^f = a^g$	$(a-1)(f-g)$
$ f = g $	$(f-g)(f+g)$
$\sqrt{f} = \sqrt{g}$	$(f-g)$

15 В июле 2026 года планируется взять кредит на три года. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг будет возрастать на 30% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- платежи в 2027 и 2028 годах должны быть по 300 тыс. рублей;
- к июлю 2029 года долг должен быть выплачен полностью.

Пусть S - сумма долга. Какую сумму планируется взять в кредит, если известно, что платеж в 2029 году равен 860,6 тыс. рублей?

Дата	Сумма долга
и 26	S
и 27	$1,3 \cdot S$
и 27	платеж 300
и 27	$1,3S - 300$
и 28	$1,3^2 S - 300 \cdot 1,3$
и 28	платеж 300
и 28	$1,3^2 S - 300 \cdot 1,3 - 300$
и 29	$1,3^3 S - 300 \cdot 1,3^2 - 300 \cdot 1,3$
и 29	платеж = 860,6
и 29	0

$$1,3^3 \cdot S = 860,6 + 300 \cdot 1,69 + 300 \cdot 1,3$$

$$S \cdot 2,197 = 860,6 + 2,99 \cdot 300$$

$$S \cdot 2,197 = 860,6 + 897$$

$$S \cdot 2,197 = 1757,6$$

$$S = 800 \text{ тыс}$$

$$\begin{array}{r} 1757600 \\ 2197 \overline{) 17576} \\ \underline{17576} \\ 0 \end{array}$$

ОТВЕТ: 800 тыс

Источники:

Основная работа 2022

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением / включением граничных точек ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

vk.com/ege100ballov



Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений a	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

18 В последовательности $a_1, a_2, \dots, a_{n-1}, a_n$, состоящей из целых чисел, $a_1 = 1, a_n = 235$. Сумма любых двух соседних членов последовательности равна 3, 5 или 25.

Источники:
 ЕГЭ (старый банк)
 ЕГЭ (новый банк)
 Янвекс 2018

а) Приведите пример такой последовательности.
 б) Может ли такая последовательность состоять из 1000 членов?
 в) Из какого наименьшего числа членов может состоять такая последовательность?

Handwritten solution:
 а) 1 2 3 0 5 -2 7 9 11 ... 235
 б) Если сумму соседних фазы 3, 5, 3, 5 и т.д. числа на четных позициях увеличив на 2 и так мы дойдем до 235.
 в) 1 2 3 4 5 1-е число четное, 2-е число нечетное, 4-е ч.г. → на любой четной позиции должно стоять четное число, 235 не может стоять на четной позиции. 1000-й член 155.
 Ответ: а) приведен, б) нет, в) 23.
 Если $n = 23$
 +20 +20 +20 +20 +22
 1 4 21 16 41 36 61 56 81 78 103 101 125 122 147 144 169 166 191 188 213 210 235

Содержание критерия	Баллы
Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты	4
Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	3
Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	2

Верно получен один из следующих результатов: – обоснованное решение пункта a ; – обоснованное решение пункта b ; – искомая оценка в пункте c ; – пример в пункте c , обеспечивающий точность предыдущей оценки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособнадзора от 07.11.2018 № 190/1512, зарегистрирован Минюстом России 10.12.2018 № 52952)

«82. <...> По результатам первой и второй проверок эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы ЕГЭ с развернутым ответом. <...>

В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Эксперту, осуществляющему третью проверку, предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу».

Существенными считаются следующие расхождения:

1. Расхождение между баллами, выставленными двумя экспертами за выполнение любого из заданий 12–18, составляет 2 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет только те ответы на задания, которые были оценены со столь существенным расхождением.

2. Расхождение между суммами баллов, выставленными двумя экспертами за выполнение заданий 12–18, составляет 3 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на все задания работы.

3. Расхождение в результатах оценивания двумя экспертами ответа на одно из заданий 12–18 заключается в том, что один эксперт указал на отсутствие ответа на задание, а другой выставил за выполнение этого задания ненулевой балл. В этом случае третий эксперт проверяет только ответы на задания, которые были оценены со столь существенным расхождением. Ситуации, в которых один эксперт указал на отсутствие ответа в экзаменационной работе, а второй эксперт выставил нулевой балл за выполнение этого задания, не являются ситуациями существенного расхождения в оценивании.

