

Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов №1.

Ответ: -0,8.

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| - | 0 | , | 8 | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов №2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

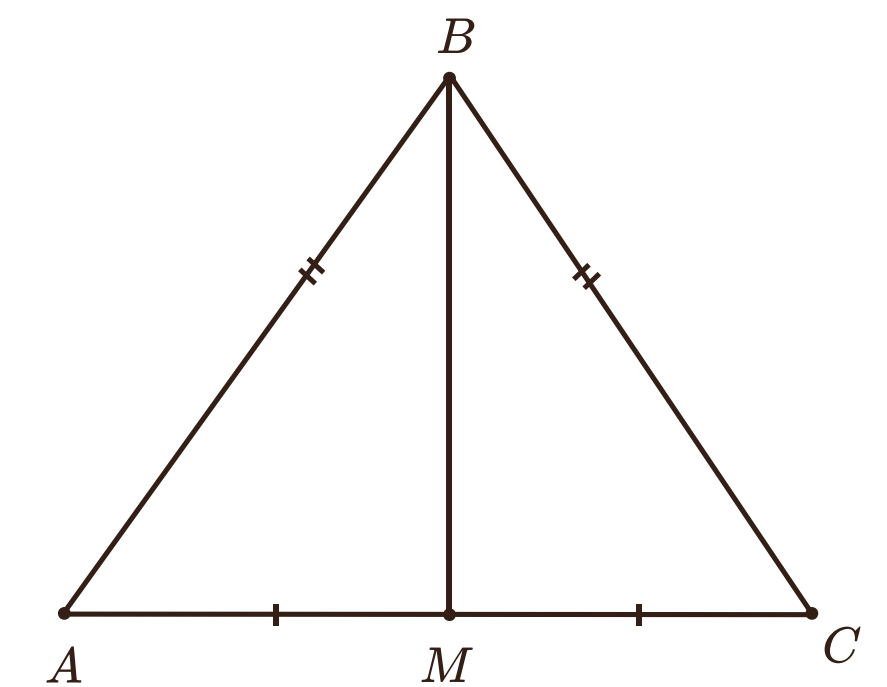
Справочные материалы

$$\begin{aligned}\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta\end{aligned}$$

Часть 1

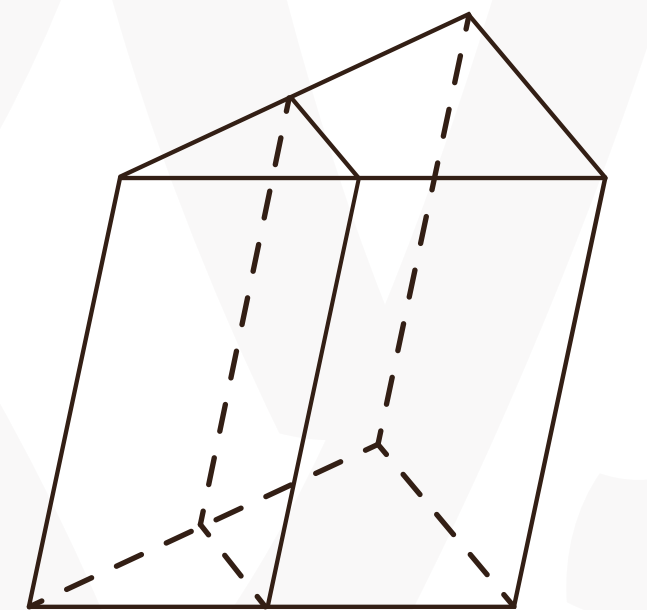
Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1 В равнобедренном треугольнике ABC боковые стороны равны $\sqrt{146}$, медиана BM , проведённая к основанию треугольника, равна 11. Найдите площадь треугольника.



Ответ: _____.

2 Дана треугольная призма. Через среднюю линию её основания провели плоскость, параллельную боковому ребру. Объём отсеченной треугольной призмы равен 15. Найдите объём исходной призмы.



Ответ: _____.

3 Научная конференция проводится в 7 дней. Всего запланировано 100 докладов – первые 4 дня по 14 докладов, в следующие 2 дня – по 12 докладов, а остальные распределены на седьмой день. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Какова вероятность того, что доклад профессора Савватеева окажется запланированным на последний день конференции?

Ответ: _____.

4 В коробке 8 фиолетовых, 2 красных и 6 оранжевых фломастеров. Случайным образом выбирают два фломастера. Какова вероятность того, что окажутся выбраны один фиолетовый и один оранжевый фломастер?

Ответ: _____.

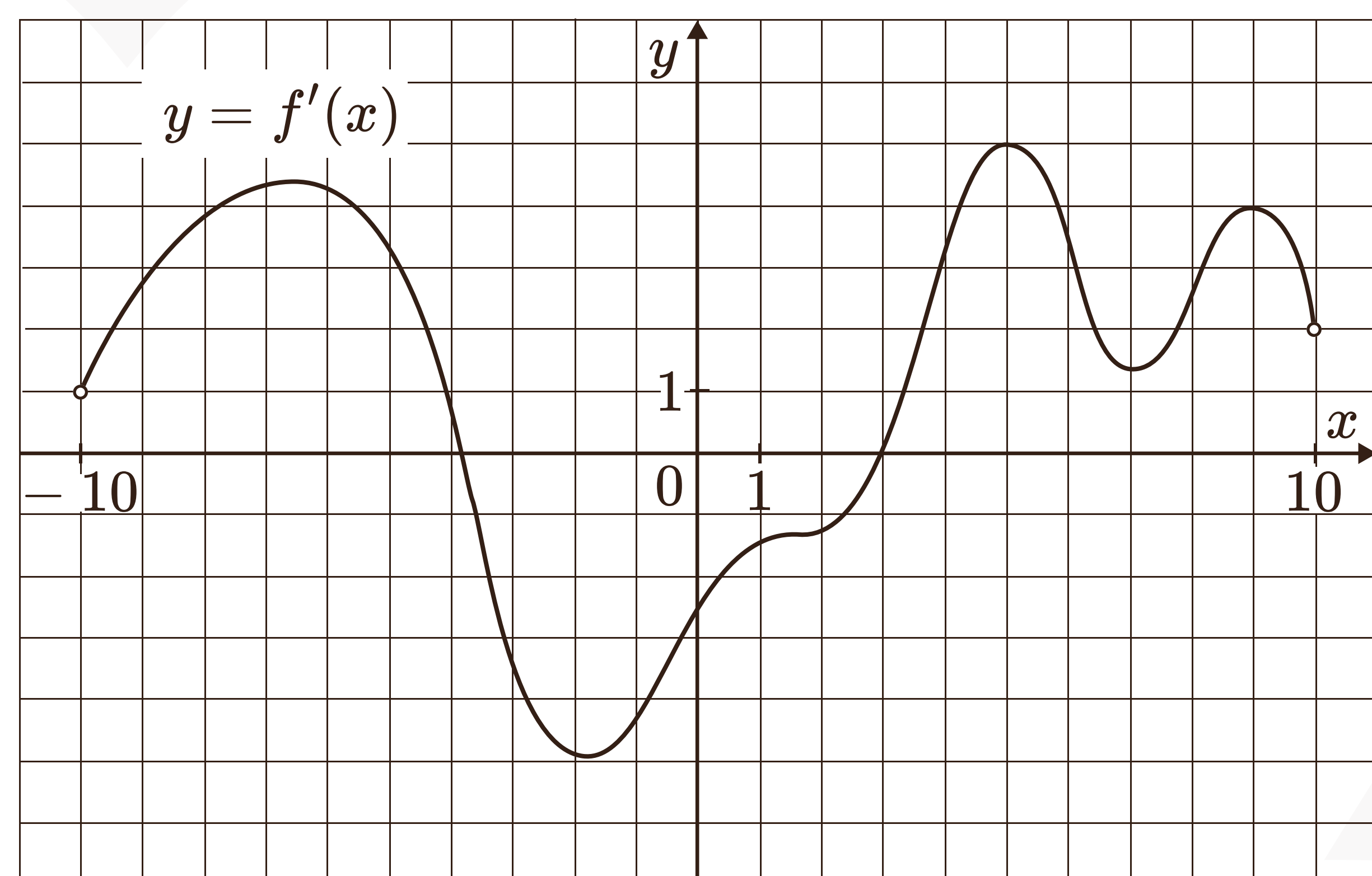
5 Найдите корень уравнения $\log_{\frac{1}{4}}(1 - x) = \log_{\frac{1}{4}}(3 - 6x)$.

Ответ: _____.

6 Найдите значение выражения $\log_6 144 - \log_6 4$.

Ответ: _____.

7 На рисунке изображён график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-10; 10)$. Найдите количество точек минимума функции $f(x)$ на отрезке $[-6; 5]$.



Ответ: _____.

8 Для получения на экране увеличенного изображения лампочки в лаборатории используется собирающая линза с главным фокусным расстоянием $f = 50$. Расстояние d_1 от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 50 до 70 см, а расстояние d_2 от линзы до экрана — в пределах от 280 до 300 см. Изображение на экране будет четким, если выполнено соотношение

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}.$$

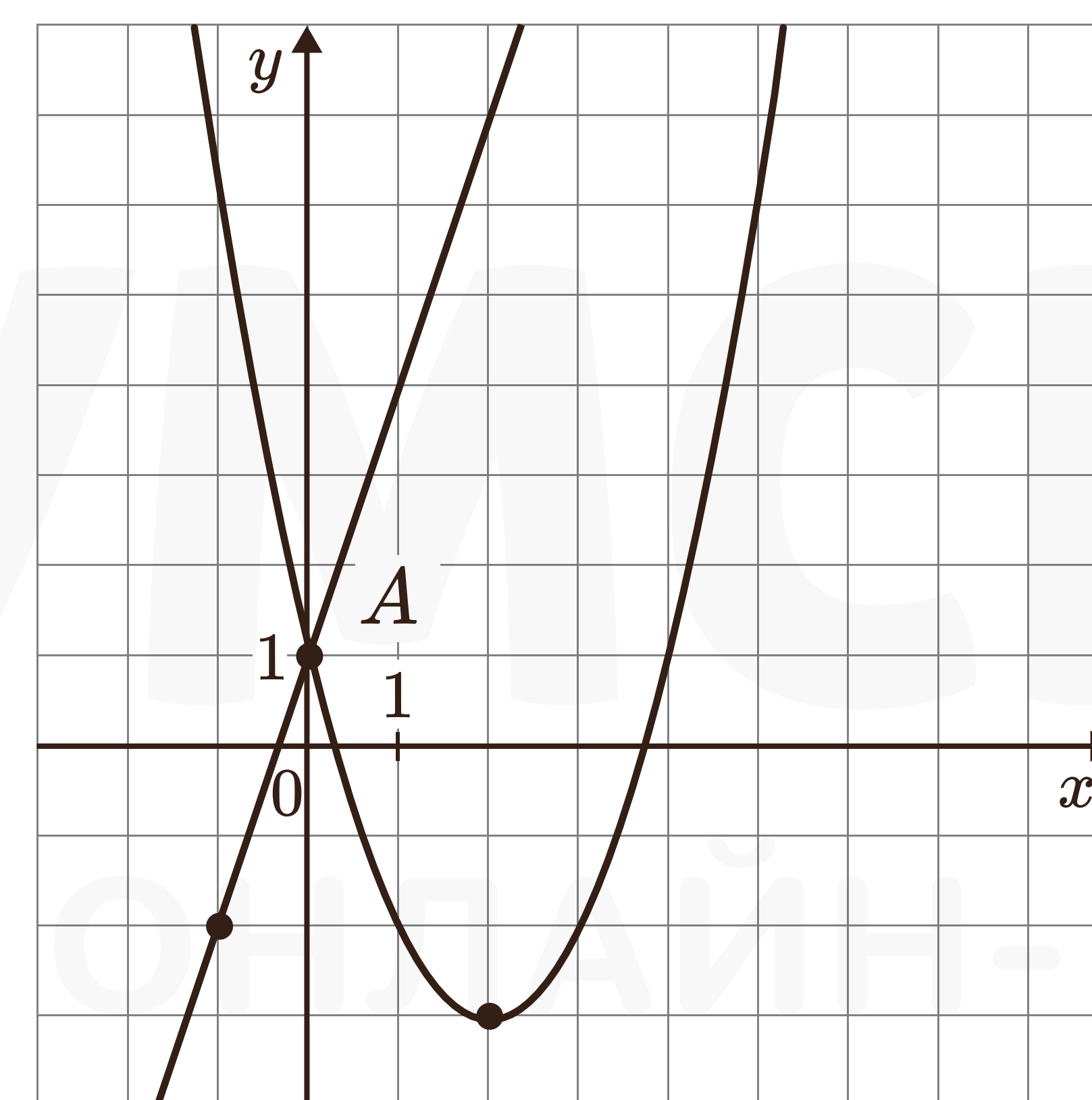
Укажите, на каком наименьшем расстоянии от линзы можно поместить лампочку, чтобы её изображение на экране было четким. Ответ выразите в сантиметрах.

Ответ: _____.

9 Из пункта А в пункт В по реке в качестве эксперимента отправили плот. Известно, что скорость течения реки равна 4 км/ч. Через час для контроля передвижения плота был направлен катер. Катер доплыл до пункта В и, не задерживаясь, повернул обратно. К тому моменту, как катер достиг пункта А, плот проплыл 76 км. Найдите скорость катера, если известно, что расстояние между пунктами А и В составляет 210 км. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

10 На рисунке изображены графики функций $f(x) = ax^2 + bx + c$ и $g(x) = kx + d$, которые пересекаются в точках А и В. Найдите ординату точки В.



Ответ: _____.

11 Найдите точку максимума функции $y = -\frac{x}{x^2 + 1024}$.

Ответ: _____.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 12 а) Решите уравнение

$$\cos 2x = \sin 2x - 1.$$

- б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-5\pi; -\frac{7\pi}{2}\right]$.

- 13 Точки M и N — середины рёбер соответственно CD и CC_1 параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$.

- а) Докажите, что плоскость AMN проходит через вершину B_1 .
- б) Найдите угол между плоскостями AMN и $A_1 B_1 C_1$, если параллелепипед прямоугольный, а его диагональ BD_1 перпендикулярна плоскости AMN .

- 14 Решите неравенство $\log_2(x+1) > \log_4 x^2$.

- 15 14-го декабря 2020 года Андрей планирует оформить кредит в банке размером в 8 008 000 рублей на 16 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 5% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга, причем первые три платежа должны быть равны x рублей;
- 15-го числа каждого месяца, начиная с апреля 2021 года, долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что десятая выплата составила 569 700 рублей. Найдите x .

- 16 Дана окружность с центром в точке O и радиусом R . Диаметр AB данной окружности равен 20, к окружности проведена касательная BC , равная 10. Прямая AC вторично пересекает окружность в точке D . Точка T диаметрально противоположна точке D . Прямые TD и BC пересекаются в точке P .

- а) Докажите, что $BD^2 = CD \cdot BT$
- б) Найдите площадь треугольника PBT .

- 17 Найдите все значения a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} x^2 + 3y^2 = 9 + 2ax - a^2, \\ x^2 = y^2 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

- 18 а) Существуют ли натуральные числа a и b , такие, что дискриминант квадратного трехчлена $x^2 + ax + b$ равен 77?

- б) Существуют ли натуральные числа a и b , такие, что дискриминант квадратного трехчлена $x^2 + ax + b$ равен 74?

- в) Дискриминант квадратного трехчлена $x^2 + (2a + b) \cdot x + 2b + a$ является натуральным числом. Числа a и b — натуральные. Какое наименьшее значение принимает дискриминант?



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.